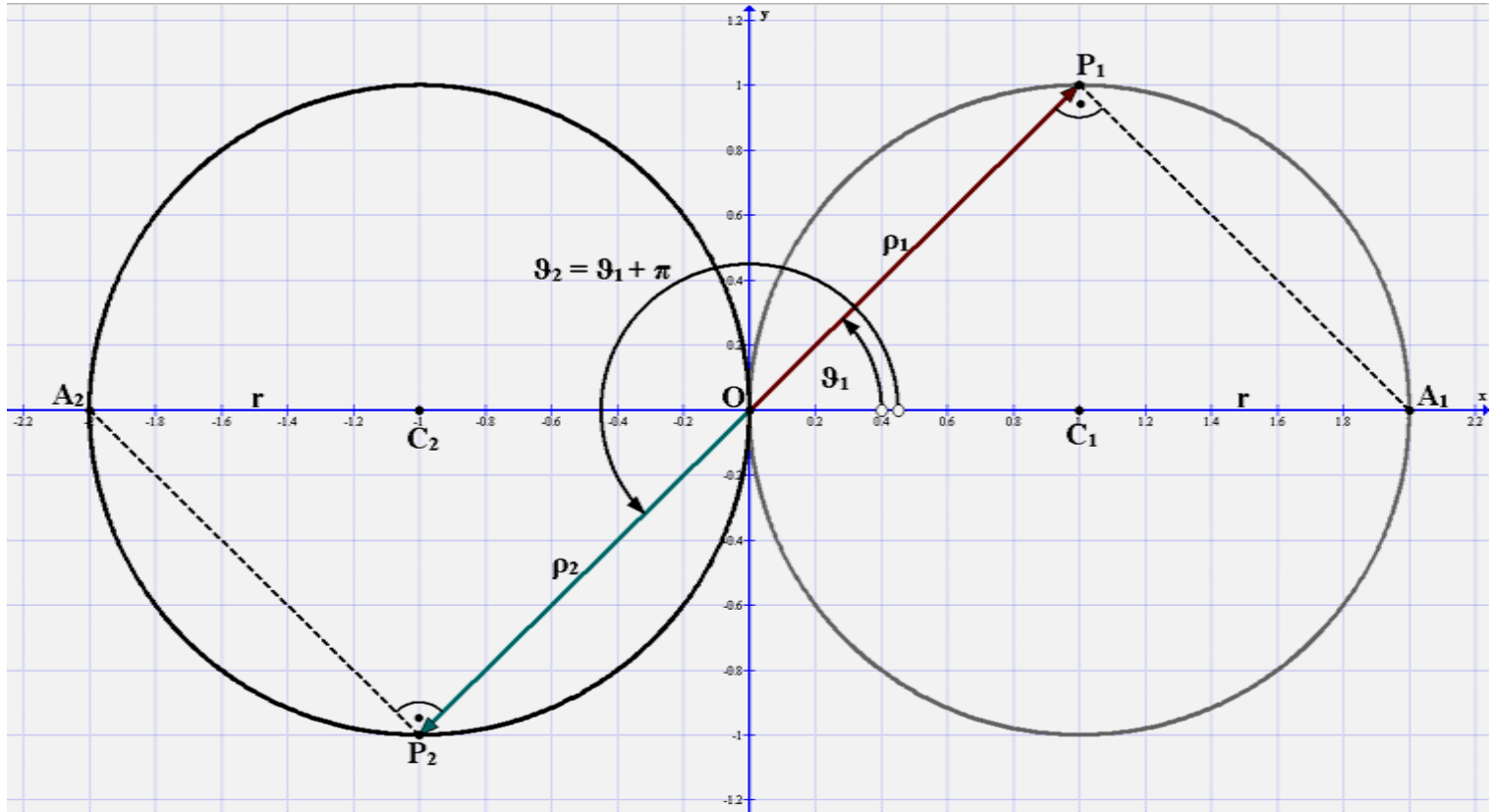


A polárkoordinátás megadású függvények egy sajátos viselkedéséről

Meglehet, egyeseknek újszerűnek tűnhetnek az alábbiak. Itt a *rádiusz - vektor* – [1] – sa -
játos működéséről lesz szó. Ezt rögtön egy példán keresztül mutatjuk meg.

Ehhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Itt két egységsugarú *kört* rajzoltunk meg, melyek poláris egyenlete – [1] – :

$$\rho_1(\vartheta) = 2 \cdot r \cdot \cos\vartheta, \quad \rho_2(\vartheta) = 2 \cdot r \cdot \cos(\vartheta + \pi), \quad r = 1 \text{ (cm)}. \quad (1)$$

Mivel:

$$\cos(\vartheta \pm \pi) = -\cos\vartheta, \quad (2)$$

ezért nem is olyan meglepő, hogy (1) és (2) szerint:

$$\rho_2(\vartheta) = -\rho_1(\vartheta). \quad (3)$$

Általában úgy vesszük, hogy:

$$\rho(\vartheta) \geq 0, \quad (4)$$

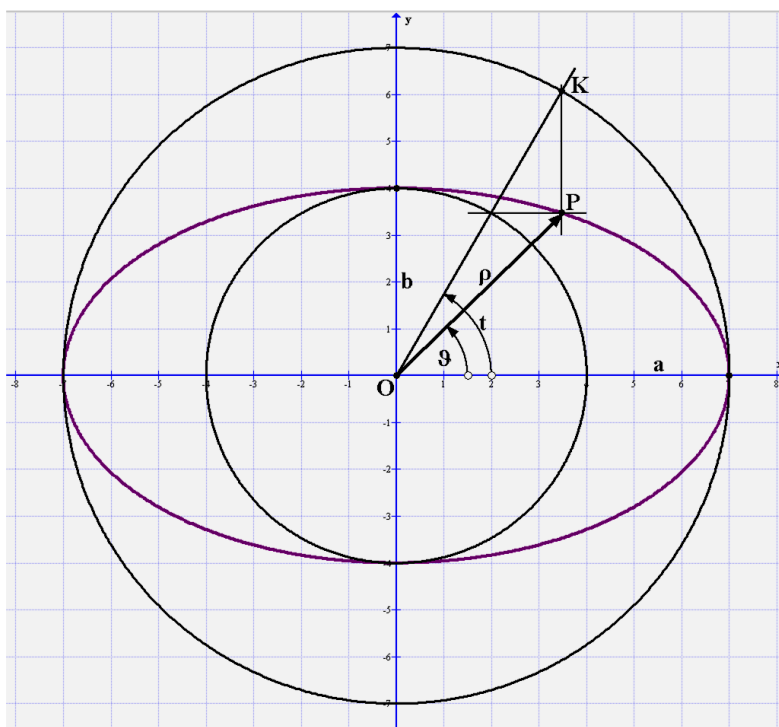
hiszen itt egy **OP** szakasz hosszáról van szó, ami nem negatív. Ezek szerint a (3) és (4) képletek ellentmondást hordoznak. Ezt úgy oldhatjuk fel, hogy a $\rho(\vartheta)$ mennyiséget egy irányított szakasznak tekintjük, ami már valóban emlékeztet egy vektorra. Ezek szerint a negatív rádiusz - vektor egy 180° - kal kisebb / nagyobb polárszögű rádiusz - vektor ellen - tettje.

Megjegyzések:

M1. Az 1. ábra két körének (1) egyenletei *Thalész* tételével adódnak.

M2. A (1 / 2) képletben a „+” előjelet vettük, annak megfelelően, hogy talán egyszerűbb és kényelmesebb a pozitív – vagyis az óramutató járásával ellentétes – forgásnak megfelelően dolgozni.

M3. Az idők során többször volt már olyan érzésünk, hogy a függvények polárkoordinátás megadásával a szerzők „spórolnak”. Úgy találtuk, hogy bizonyos esetekben nem érdemes a poláris megadást mellőzni. Igaz, ez néha kellemetlenebbnek látszó képletekkel való munkát eredményez. Ezt láthatjuk az *ellipszis* esetében is. Viszont a rádiusz - vektor pontosan a ϑ polárszögnek megfelelő pontra mutat, ellentétben a szokásos paraméteres egyen - letrendszerben szereplő t paraméterrel; utóbbi az ellipszis nagykörének egy **K** pontjába mutat, mely általában különbözik a neki megfelelő **P** ellipszis - ponttól – 2. ábra.



2. ábra

Sok korábbi dolgozatunkban foglalkoztunk már az ellipszis különféle egyenleteivel. Ennek az egyik oka éppen az, hogy segítsünk oldani az ellipszis egyenleteinek fenti furcsaságai - val kapcsolatos ellenérzéseket, valamint rámutatni, hogy mindegyiknek van valami előnye a másikhoz képest, mely adott esetben hasznos lehet.

A mondott ellipszis - egyenletek az alábbiak:

~ polárkoordinátás alak:

$$\rho(\vartheta) = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\cos \vartheta}{a}\right)^2 + \left(\frac{\sin \vartheta}{b}\right)^2}} , \quad a \geq b > 0 , \quad 0 \leq \vartheta \leq 2 \cdot \pi ; \quad (5)$$

~ paraméteres egyenletrendszer:

$$x(t) = a \cdot \cos t , \quad y(t) = b \cdot \sin t , \quad a \geq b > 0 , \quad 0 \leq t \leq 2 \cdot \pi . \quad (6)$$

Forrás:

[1] – **I. N. Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev**: Matematikai zsebkönyv
2. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1963.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2021. 08. 02.

Továbbiak: <https://galgoczi.net/>